



ANNALES

DE

L'INSTITUT FOURIER

Bernard MALGRANGE

La variété caractéristique d'un système différentiel analytique

Tome 52, n° 5 (2002), p. 1591-1592.

http://aif.cedram.org/item?id=AIF_2002__52_5_1591_0

© Association des Annales de l'institut Fourier, 2002, tous droits réservés.

L'accès aux articles de la revue « Annales de l'institut Fourier » (<http://aif.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://aif.cedram.org/legal/>). Toute reproduction en tout ou partie cet article sous quelque forme que ce soit pour tout usage autre que l'utilisation à fin strictement personnelle du copiste est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

cedram

*Article mis en ligne dans le cadre du
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques
<http://www.cedram.org/>*

ERRATUM

LA VARIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE D'UN SYSTÈME DIFFÉRENTIEL ANALYTIQUE

par Bernard MALGRANGE

Article paru dans le tome 50 (2000), fascicule 2, pp. 491–518

1. Le raisonnement employé pour démontrer la proposition 3.2.1 est incorrect pour la raison suivante : d'une façon générale soit $u_n : E_{n+1} \rightarrow E_n$ ($n \geq 1$) une suite d'espaces compacts non vides; alors leur limite projective est non vide : en effet dans le produit $\prod E_n$, $\lim_{\leftarrow} E_n$ s'identifie à l'intersection des sous-espaces fermés F_n formés des suites $\{x_q\}$ vérifiant $x_q = u_q(x_{q+1})$, $q \leq n$. Comme le produit $\prod E_n$ est compact (Tychonov), le résultat suit. Dans l'article cité, ce raisonnement est utilisé incorrectement pour des espaces quasi-compacts, non nécessairement séparés (en l'occurrence, il est utilisé pour la topologie de Zariski).

2. La proposition est néanmoins exacte; elle peut se démontrer avec l'une ou l'autre des variantes suivantes du théorème de Baire :

THÉORÈME 1. — *Soit $u_n : E_{n+1} \rightarrow E_n$ une suite d'espaces topologiques séparés non vides; on suppose que l'image de chacun est dense dans le précédent; alors l'image de $\lim_{\leftarrow} E_n$ dans chaque E_n est dense (et, en particulier, $\lim_{\leftarrow} E_n$ est non vide) dans chacun des deux cas suivants :*

- i) *Les E_n sont localement compacts.*
- ii) *Les E_n sont métriques localement complets (= chaque point admet un voisinage complet).*

Le théorème de Baire est simplement le cas particulier du résultat précédent où l'on suppose que les E_n sont une suite décroissante d'ouverts

de E_1 ; la démonstration dans le cas général est la même que celle de ce cas particulier, qu'on trouvera, par exemple, dans Bourbaki, Topologie Générale, chap. 9.

3. Maintenant, pour démontrer la proposition 3.2.1 de loc. cit., il suffit de remplacer, à la fin du raisonnement, la référence au théorème de Tychonov, par le résultat qui précède. Je laisse la vérification au lecteur, et je vais seulement expliciter les choses dans un cas particulier, intéressant par lui-même.

THÉORÈME 2. — *Soit \mathcal{J} un idéal de l'anneau des polynômes à une infinité d'indéterminées $A = \mathbb{C}[x_n]$, $n \geq 1$; on pose $A_n = \mathbb{C}[x_p]$, $1 \leq p \leq n$ et $\mathcal{J}_n = \mathcal{J} \cap A_n$; on suppose que chaque \mathcal{J}_n a un zéro; alors \mathcal{J} a un zéro.*

Soit en effet, E_n l'ensemble des zéros de \mathcal{J}_n ; comme $\mathcal{J}_{n+1} \cap A_n = \mathcal{J}_n$ la théorie des ensembles constructibles (ou la théorie élémentaire de l'élimination) montre que l'image de E_{n+1} dans E_n contient un ouvert de Zariski dense; a fortiori, cette image est dense pour la topologie transcendantale; le résultat suit alors du théorème 1.

4. Question : Soit k un corps; à quelle condition le théorème 2 est-il encore vrai, pour \mathbb{C} remplacé par k ?

Il est faux pour $k = \mathbb{R}$; contre-exemple : prendre l'idéal engendré par la famille de polynômes $x_n^2 + n - x_1$ ($n \geq 2$).

Par contre, il est vrai pour les corps finis; en effet, on est dans la situation de 1/ avec les E_n finis.

En dehors de ces cas, je ne sais rien et je n'ai pas trouvé de référence.

Bernard MALGRANGE,
 Université Joseph Fourier
 Institut Fourier
 BP 74
 38402 Saint-Martin d'Hères Cedex (France).
 Bernard.Malgrange@ujf-grenoble.fr